



## DEMANDE INTERNATIONALE PUBLIEE EN VERTU DU TRAITE DE COOPERATION EN MATIERE DE BREVETS (PCT)

(51) Classification internationale des brevets <sup>4</sup> :  G01N 24/08		A1	(11) Numéro de publication internationale: WO 88/ 00699  (43) Date de publication internationale: 28 janvier 1988 (28.01.88)
<p>(21) Numéro de la demande internationale: PCT/FR87/00260            (22) Date de dépôt international: 2 juillet 1987 (02.07.87)              (31) Numéro de la demande prioritaire: 86/10179            (32) Date de priorité: 11 juillet 1986 (11.07.86)            (33) Pays de priorité: FR</p> <p>(71) Déposant (<i>pour tous les Etats désignés sauf US</i>): THOMSON-CGR [FR/FR]; 13, square Max Hymans, F-75015 Paris (FR).            (72) Inventeur; et            (75) Inventeur/Déposant (<i>US seulement</i>): LE ROUX, Patrick [FR/FR]; 42, rue Chaligny, F-75012 Paris (FR).            (74) Mandataire: SCHMIT, Christian; Thomson-CSF - SCPI, 19, avenue de Messine, F-75008 Paris (FR).</p>		<p>(81) Etats désignés: AT (brevet européen), BE (brevet européen), CH (brevet européen), DE (brevet européen), FR (brevet européen), GB (brevet européen), IT (brevet européen), JP, LU (brevet européen), NL (brevet européen), SE (brevet européen), US.</p> <p>Publiée Avec rapport de recherche internationale.</p>	
<p><b>(54) Title:</b> RADIO-FREQUENCY ENERGIZATION METHOD IN AN NMR EXPERIMENT  <b>(54) Titre:</b> PROCEDE D'EXCITATION RADIOFREQUENCE DANS UNE EXPERIMENTATION DE RMN</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><b>(57) Abstract</b></p> <p>In order to optimize the determination of radio-frequency energization in an NMR experiment, the Schrödinger equation is written relative to the amplitude of probability of the wave function of spins resonating at a given resonance frequency and of which the Hamiltonian depends on the frequency and on the radio-frequency energization to which they are subjected. Analytical polynomial expressions are deduced therefrom for the probability amplitudes at the end of the energization as a function of the resonance frequency. The coefficients are optimized by means of calculation algorithms, from which the characteristics of the energization are deduced.</p> <p><b>(57) Abrégé</b></p> <p>Pour permettre une optimisation de la détermination d'une excitation radiofréquence dans une expérimentation de RMN, on écrit l'équation de Schrödinger relative à l'amplitude de probabilité de la fonction d'onde de spins résonnant à une fréquence de résonance donnée et dont l'hamiltonien dépend de la fréquence et de l'excitation radiofréquence qu'ils subissent. On en déduit des expressions analytiques polynomiales des amplitudes de probabilité à la fin de l'excitation en fonction de la fréquence de résonance. On optimise les coefficients à l'aide d'algorithme de calcul et on en déduit les caractéristiques de l'excitation.</p>			

***UNIQUEMENT A TITRE D'INFORMATION***

Codes utilisés pour identifier les Etats parties au PCT, sur les pages de couverture des brochures publiant des demandes internationales en vertu du PCT.

AT	Autriche	FR	France	ML	Mali
AU	Australie	GA	Gabon	MR	Mauritanie
BB	Barbade	GB	Royaume-Uni	MW	Malawi
BE	Belgique	HU	Hongrie	NL	Pays-Bas
BG	Bulgarie	IT	Italie	NO	Norvège
BJ	Bénin	JP	Japon	RO	Roumanie
BR	Brésil	KP	République populaire démocratique de Corée	SD	Soudan
CF	République Centrafricaine	KR	République de Corée	SE	Suède
CG	Congo	LI	Liechtenstein	SN	Sénégal
CH	Suisse	LK	Sri Lanka	SU	Union soviétique
CM	Cameroun	LU	Luxembourg	TD	Tchad
DE	Allemagne, République fédérale d'	MC	Monaco	TG	Togo
DK	Danemark	MG	Madagascar	US	Etats-Unis d'Amérique
FI	Finlande				

PROCEDE D'EXCITATION RADIOFREQUENCE  
DANS UNE EXPERIMENTATION DE RMN.

La présente invention a pour objet un procédé d'excitation radiofréquence dans une expérimentation de résonance magnétique nucléaire (RMN). Elle trouve plus particulièrement son application dans le domaine médical où des machines de RMN sont utilisées à des fins de diagnostic chez l'homme. Elle peut néanmoins trouver son application dans les domaines du laboratoire ou de l'industrie dès que des phénomènes de résonance magnétique sont mis en jeu.

Le phénomène de la résonance magnétique résulte de l'orientation prise par les moments magnétiques de particules d'un corps quand ce corps est soumis à un champ magnétique orientateur constant. Pour faire apparaître ce phénomène on excite le corps par une excitation radiofréquence. On peut mesurer le signal de désexcitation des particules quand elles retournent à leur équilibre, quand leur moment magnétique se réoriente avec le champ orientateur, à la fin du basculement de cette orientation dépendant de l'excitation. L'excitation est appliquée à la totalité du corps soumis à examen, et toutes les particules du corps émettent un signal de désexcitation à son issue. Dans le domaine médical où on cherche à représenter des images de coupes du corps examiné (d'un patient), on a coutume de cantonner la naissance du phénomène de résonance à des tranches sélectionnées dont on veut donner l'image. Dans ce but on modifie localement les conditions de résonance de manière à ce que seule la tranche sélectionnée se trouve dans des conditions de résonance correspondant à la fréquence de l'excitation radiofréquence. En dehors de la tranche, les moments magnétiques ne sont pas basculés, les particules extérieures à la tranche ne restituent aucun signal de désexcitation.

La modification des conditions locales de résonance s'obtient en augmentant, ou en diminuant, l'intensité du champ orientateur dans la tranche sélectionnée. Pour des raisons scientifiques et technologiques il n'est pas possible de modifier brutalement

l'intensité d'un champ magnétique continu de part et d'autre d'une tranche de l'espace. La modification du champ prend alors la forme d'une variation régulière en fonction de l'abscisse des lieux de l'espace sur un axe perpendiculaire à la tranche à sélectionner.

- 5 L'intensité du champ orientateur subit donc selon cet axe un gradient, et pratiquement les champs supplémentaires, additionnés au champ constant et homogène dans tout l'espace pour provoquer cette variation, sont communément appellés les gradients de champ.  
10 La fréquence de résonance du phénomène de résonance est proportionnelle à l'intensité du champ orientateur. Pour sélectionner une tranche il convient donc, dans l'excitation radiofréquence, que le spectre de l'excitation ne contienne des composantes que comprises dans une bande limitée par des fréquences de coupures correspondant aux fréquences de résonance des particules des bords de la  
15 tranche.

L'obtention d'un signal d'excitation à spectre étroit entraîne que ce signal ne peut être instantané. Il dure un certain temps. En pratique des puissances de quelques kilowatts, appliquées pendant des durées de quelques dizaines de millisecondes, sont courantes. Le  
20 fait que l'impulsion d'excitation n'est pas instantanée et qu'au contraire elle dure un certain temps provoque alors des perturbations dans le signal de désexcitation. En effet, du fait du gradient de champ, les particules des bords de la tranche ne résonnent pas à des mêmes fréquences. Par exemple si le milieu de la tranche  
25 résonne à une fréquence  $f_0$ , les bords amont et aval de la tranche, par rapport à l'orientation du champ, peuvent résonner à des fréquences  $f_0 - \Delta f$  ou  $f_0 + \Delta f$  respectivement et il en résulte que l'historique de l'excitation dans les bords de la tranche n'est pas le même qu'au centre bien que la durée de l'excitation ait été la même  
30 pour toutes les particules de la tranche. Si le basculement géométrique de tous les moments magnétiques est correctement obtenu pour une énergie d'excitation donnée (par exemple ils se retrouvent tous dans un plan perpendiculaire au champ orientateur pour une excitation à  $90^\circ$ ), leur orientation n'est alors pas unique. Elle peut

au contraire être distribuée dans toutes les directions contenues dans un plan. L'orientation de chaque moment y dépend de l'abcisse des points considérés dans la tranche. En effet dans leur mouvement de précession forcée pour rejoindre le basculement géométrique 5 recherché, les moments magnétiques ont emprunté des trajectoires différentes. Ces trajectoires sont différentes car les vitesses de précession sont liées aux fréquences de résonance. Comme l'orientation initiale des moments magnétiques est la même pour tous, on comprend qu'il n'y a aucune raison à priori pour que cette orientation soit unique à la fin du basculement. Si on n'y prend garde les 10 moments magnétiques des divers points de la tranche peuvent se trouver à ce point désorientés, déphasés, les uns par rapport aux autres que le signal électromagnétique de restitution peut avoir une moyenne nulle. Il est alors impossible d'en tirer une information 15 physique.

En outre le phénomène de résonance magnétique ne se situe pas à une fréquence unique, mais plutôt à des fréquences voisines. L'écart entre ces fréquences et une fréquence de référence est appelé le décalage chimique (en littérature anglo-saxonne : chemical shift). Cet écart est en général inférieur à  $2 \Delta f$ . Il est recherché 20 par les praticiens une excitation qui serait capable, pour une expérimentation donnée, de différencier la réponse correspondant à chaque valeur de ce décalage chimique. De cette manière il serait possible, en particulier dans les images médicales, de faire une séparation eau-graisse dans les tissus. En effet pour les différents 25 tissus, si le décalage de l'eau par rapport à la graisse a une même valeur en fréquence, les amplitudes des composantes n'ont pas des mêmes valeurs d'un tissus à l'autre. Par ailleurs, dans une autre type d'application et en particulier dans le domaine de l'imagerie, il est envisagé de construire des excitations dites multicoupes ou plutôt 30 multitranches. Le but serait de profiter d'un gradient qui s'étend dans l'espace sur une longueur bien supérieure à l'épaisseur de la tranche et de disposer d'une excitation susceptible d'exciter, en même temps, plusieurs tranches, non contigües de préférence, de

manière à accélérer les procédés de reconstruction d'image. Or le travail entrepris pour la définition des impulsions d'excitation classique (à 90° et à 180°) a paru à ce point complexe que l'homme du métier n'envisage pas d'en augmenter encore la complexité pour produire maintenant de telles excitations.

Dans l'état de la technique le problème de la détermination du signal d'excitation a été résolu par des approximations successives et par des tatonnements qui peu à peu ont permis de déterminer l'historique de son amplitude pendant la durée de l'impulsion de manière à ce que des résultats désirés soient atteints. Cependant, malgré les mois de travail nécessaires pour arriver à ces résultats, l'optimisation des impulsions d'excitation n'est pas garantie, notamment en ce qui concerne la puissance totale mise en oeuvre ainsi que la puissance instantanée. Le but de la présente invention est de proposer un procédé de détermination de l'excitation qui permette en plus de tenir compte d'un critère d'optimisation, même éventuellement différent de ceux-ci.

La technique utilisée dans l'état de la technique pour déterminer les excitations consiste essentiellement à diviser une durée prédeterminée d'excitation en un nombre suffisant de périodes, par exemple 40, et à calculer pour chacune des abscisses de la tranche la rotation, pendant chaque période, du moment magnétique des protons qui s'y trouvent. Le calcul est entrepris en fonction d'un paramètre représentatif de l'amplitude de l'excitation pendant la période correspondante. On fait évoluer dans le temps ce paramètre pendant la durée de l'excitation. Le mouvement du moment magnétique est un mouvement de précession dû à la fréquence de résonance, donc dépendant de l'abscisse dans la tranche, combiné à un mouvement de nutation imposé par l'excitation radiofréquence, identique pour toute la tranche. Aussi il met en jeu pour déterminer la composante selon une direction de l'espace du moment magnétique d'une particule à la fin d'une période, les composantes selon les trois directions de l'espace du moment magnétique de cette particule avant le début de la période,

ces trois composantes dépendant, du fait du gradient, de l'abcisse du point dans la tranche. En conséquence le calcul doit être entrepris abcisse par abcisse pour toutes les abcisses dans l'épaisseur le long de la tranche.

5        Dans la pratique ces calculs ont été entrepris pour une centaine d'abcisses reparties régulièrement au travers, et un peu de part et d'autre, de la tranche. Le travail de détermination a consisté à faire la totalité de ce calcul, et à le reprendre un certain nombre de fois en modifiant, période par période, l'historique de 10 l'évolution du paramètre de manière à obtenir en fin d'impulsion une définition recherchée en amplitude et en phase du basculement des moments magnétiques des particules soumises à l'expérimentation. Ces calculs concernent toutes les particules dans la tranche, et voisine de la tranche, c'est à dire un ensemble de fréquences de 15 résonance. Dans une autre approche, justifiée uniquement pour de faibles angles de nutation, par exemple inférieurs à  $30^\circ$ , on utilise le fait que l'expression de l'aimantation transverse en fonction de la fréquence de résonance est directement la transformée de Fourier du signal temporel d'excitation. Cette hypothèse devient peu valide 20 quand l'angle de nutation recherché vaut  $90^\circ$ . Elle est complètement fausse quand il vaut  $180^\circ$ .

La présente invention permet de remédier aux inconvénients cités en proposant une méthode de calcul de l'impulsion d'excitation complètement différente. Dans cette méthode on ne calcule pas en 25 chaque abcisse directement l'angle de nutation de chaque moment magnétique. On exprime seulement, sous une forme analytique polynomiale en fonction de la fréquence de résonance, la probabilité que ce moment ait une orientation désirée à la fin de l'excitation. L'expression sous forme polynomiale permet de s'affranchir, dans les 30 calculs, de l'information relative à la localisation des protons concernés (ou de leur fréquence de résonance ce qui revient au même) de manière à pouvoir proposer une solution présentant pour toutes les fréquences de résonance impliquées un meilleur compromis vis à vis d'un critère d'optimisation. En ramenant cette

optimisation à des synthèses de filtres par transformée de Fourier, l'invention permet alors d'aboutir rapidement à une solution recherchée (en quelques minutes).

La présente invention a pour objet un procédé d'excitation 5 radiofréquence dans une expérimentation de RMN, excitation en réponse à laquelle les basculements de moments magnétiques de particules soumises à l'expérimentation sont définis en amplitude et en phase pour un ensemble de fréquences de résonance donné caractérisé en ce que :

10 - on écrit l'équation de Schrödinger relative à l'amplitude de probabilité de la fonction d'onde de spins résonnant à une fréquence de résonance donnée et dont l'hamiltonien dépend de la fréquence et de l'excitation radiofréquence qu'ils subissent,

- on intègre cette équation par rapport au temps,

15 - on en déduit les expressions analytiques polynomiales des amplitudes de probabilité à la fin de l'excitation en fonction de la fréquence de résonance, ces expressions polynomiales étant de degré égal à un nombre de périodes élémentaires dont la somme des durées est égale à la durée de l'excitation, et ces expressions étant 20 paramétrées par des coefficients représentatifs de l'historique de l'excitation pendant ces périodes,

- on optimise ces coefficients à l'aide d'algorithmes de calcul de façon à ce que les polynômes s'approchent au mieux d'une forme désirée

25 - on déduit les caractéristiques, pendant chaque période, de l'excitation qui conduit à cette réponse définie.

- et on excite les particules avec une telle excitation.

La présente invention sera mieux comprise à la lecture de la description qui suit et à l'examen des figures qui l'accompagnent.

30 Cette description n'est pas limitative de l'invention. Notamment, l'application d'imagerie évoquée n'est qu'un cas particulier de détermination d'une excitation radiofréquence.

Les figures montrent :

- figure I : une représentation schématique d'une machine de RMN ;

- figures 2 et 3 : des allures d'enveloppes d'amplitude d'excitation déterminées selon l'invention.

La figure 1 représente schématiquement une machine d'imagerie par résonance magnétique nucléaire. Cette machine 5 comporte essentiellement des moyens 1 pour produire un champ magnétique orientateur, constant et homogène,  $B_0$  dans un lieu où est placé un corps 2 à examiner. Le corps 2 est soumis à cet endroit à une excitation radiofréquence produite par générateur 3 en relation avec une antenne 4. L'antenne sert également à prélever le 10 signal de désexcitation et à l'acheminer, au moyen d'un duplexeur 5, sur des moyens de réception et de traitement 6. A l'issue du traitement, l'image d'une coupe 7 du corps 2 peut être visualisée sur un dispositif 8 de visualisation. Pour soumettre les moments magnétiques des protons du corps 2 situés dans la tranche 7 au phénomène 15 de résonance, et eux seuls, on a mis en oeuvre des bobines de gradients 9 alimentées par un générateur 10 d'impulsions de gradient. Tous ces moyens fonctionnent sous le pilotage d'un séquenceur 11. En supposant que le champ magnétique supplémentaire appliqué par les bobines 9 varie linéairement selon un axe 20 z parallèle au champ  $B_0$ , on peut dire que les bords de la tranche 7, bords 12 et 13 respectivement en amont et en aval, rencontrent des conditions de résonance différentes et que les fréquences de résonance des protons qui s'y trouvent sont différentes.

Dans l'invention, pour déterminer l'excitation radiofréquence, 25 on écrit l'équation de Schrödinger relative à l'amplitude de probabilité de la fonction d'onde de spins résonnant à une fréquence de résonance donnée. Cette expression est la suivante :

$$j \frac{d|\Psi\rangle}{dt} = H_a |\Psi\rangle$$

30

Dans cette formule  $H_a$  est l'hamiltonien de l'équation, il dépend de la fréquence et de l'excitation radiofréquence que subissent les spins résonants. Le terme  $|\Psi\rangle$  représente la fonction d'onde. Cet hamiltonien peut s'écrire de la manière suivante :

$$H_a = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -w & -w_x + jw_y \\ -w_x - jw_y & w \end{vmatrix}$$

Dans ces équations  $j$  est le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ . Les pulsations  $w$ , et  $w_x$  et  $w_y$  sont, respectivement, l'écart de pulsation de résonance dans la tranche 7 en fonction de l'abscisse selon  $z$  des protons concernés, et les représentations des composantes radiofréquence du champ d'excitation  $B_1$  émis par l'antenne 4. Ces composantes sont évaluées dans un repère tournant à une pulsation  $w_0$ , correspondant à la porteuse de l'excitation radiofréquence et à la fréquence de résonance des protons situés au centre de la tranche 7. De l'équation de Schrödinger on tire l'expression suivante :

$$\begin{matrix} 15 \\ \left| \begin{array}{l} \frac{da}{dt} \\ \frac{db}{dt} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} jw & -\frac{w_1 e^{-j\phi}}{2} \\ \frac{w_1 e^{j\phi}}{2} & -jw \end{array} \right| \right| \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right| \end{matrix} \quad I$$

Où a et b sont les amplitudes de probabilité pour que les spins des protons considérés soient dans un état respectivement positif ou négatif après transformation par l'opérateur moment cinétique selon z. Dans l'expression I on a posé :

$$25 \quad j(w_x + jw_y) = w_1 e^{j\phi}$$

où  $w_1$  est l'amplitude de l'excitation radiofréquence et où  $\phi$  est sa phase d'émission par rapport aux axes x et y. Cette phase est conventionnellement nulle quand l'émission est selon l'axe -y.

30 Pour intégrer l'équation I par rapport au temps on procède d'une manière préférée à une approximation, de type connu, dite par "impulsions dures" ou encore "hard pulse". Selon cette approximation on considère que les protons sont soumis, pendant l'excitation, à deux actions différentes. Une première action permanente est

relative à la présence du gradient de champ orientateur dans la tranche 7. Elle a pour effet le décalage de pulsation de résonance  $w$ . La deuxième action  $w_1$  correspond à l'excitation radiofréquence proprement dite. Dans la pratique  $w_1$  évolue dans le temps et c'est son évolution que l'on recherche. En échantillonnant  $w_1$  on peut la représenter sous la forme d'une suite de valeurs bloquées en paliers pendant des périodes élémentaires et évoluant brutalement, d'un palier à un autre, de la fin d'une période au début d'une autre. L'approximation évoquée consiste à remplacer l'évolution par palier de la deuxième action par une succession d'impulsions de type Dirac, de durée  $\epsilon$  très courte et dont l'amplitude  $w_i$  est égale à  $w_1(t) \cdot \tau/\epsilon$  où  $w_1(t)$  est la valeur des paliers de l'excitation radiofréquence et où  $\tau$  est la durée d'une période élémentaire. L'effet de cette approximation est de simplifier notablement l'équation I. En effet on peut dire que pendant les impulsions dures, pendant les diracs, elle s'écrit :

$$20 \quad \begin{vmatrix} \frac{da}{dt} \\ \frac{db}{dt} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{w_i}{2} e^{-j\phi_i} \\ \frac{w_i}{2} e^{j\phi_i} & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$$

parce que  $w_i$  est très supérieure à l'effet du gradient de champ orientateur.

25 Hors des périodes d'application des excitations en Dirac, cette expression peut s'écrire simplement:

$$30 \quad \begin{vmatrix} \frac{da}{dt} \\ \frac{db}{dt} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} j \frac{w}{2} & 0 \\ 0 & -j \frac{w}{2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$$

puisque dans ce cas l'impulsion de Dirac n'est pas présente. On peut intégrer chacune des deux expressions précédentes par rapport au temps. Le calcul est classique, et on peut écrire respectivement :

10

$$\begin{vmatrix} a_i^+ \\ b_{i-}^+ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta_i/2 & -e^{-j\phi_i} \sin \theta_i/2 \\ e^{j\phi_i} \sin \theta_i/2 & \cos \theta_i/2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_i^- \\ b_i^- \end{vmatrix}$$

5

et

10

$$\begin{vmatrix} a_{i+1}^- \\ b_{i+1}^- \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{j\frac{w\tau}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{w\tau}{2}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_i^+ \\ b_i^+ \end{vmatrix}$$

Dans ces expressions les amplitudes de probabilité sont affectées du signe - ou du signe + selon qu'elles correspondent à ces probabilités avant ou après l'application du dirac  $\underline{i}$  correspondant. Elles sont affectées d'indices  $i$  ou  $i + 1$  selon le rang  $\underline{i}$  de l'impulsion de Dirac qui les précède. Dans ces expressions  $\theta_i = w_i \cdot \varepsilon = w_1(t) \cdot \tau$ . Si par ailleurs on pose pour simplifier les expressions :

20

$$e^{jw\tau} = z$$

$$\cos \theta_i/2 = c_i$$

25

et

$$e^{j\phi_i} \sin \theta_i/2 = s_i$$

on peut écrire qu'après une  $n$  ième impulsions de Dirac, en omettant les signes + :

30

$$\begin{vmatrix} a_n \\ b_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_n & -s_n \\ s_n & c_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z^{1/2} & 0 \\ 0 & z^{-1/2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{vmatrix} \quad \text{II}$$

De cette écriture on va déduire des expressions de  $a_n$  et  $b_n$  en fonction de  $a_{n-1}$  et  $b_{n-1}$ . Et dans ces dernières expressions, en remplaçant  $a_n$  et  $b_n$  par :

11

$$\alpha_n = a_n / z^{n/2}$$

et

$$\beta_n = b_n / z^{n/2}$$

III

5 on peut écrire :

$$a_n = c_n \alpha_{n-1} - \bar{s}_n z^{-1} \beta_{n-1}$$

IV

$$\beta_n = s_n \alpha_{n-1} + c_n z^{-1} \beta_{n-1}$$

10

Si on suppose connue l'orientation du moment magnétique avant une première impulsion de Dirac, en particulier s'il est orienté parallèlement à  $B_0$ , on peut dire que :

15

$$\begin{vmatrix} a^-_0 \\ b^-_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha^-_0 \\ \beta^-_0 \end{vmatrix}$$

et donc

20

$$\begin{vmatrix} a^+_0 \\ b^+_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^-_0 \\ b^-_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_0 \\ s_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha^-_0 \\ \beta^-_0 \end{vmatrix}$$

25

Dans la dernière expression,  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  dépendent de  $c_0$  et  $s_0$  qui sont représentatifs de l'amplitude du premier dirac numéroté 0. Cette formulation peut encore s'écrire :

$$\alpha_0 = c_0 = h_0^0 z^{-0}$$

30

$$\text{et } \beta_0 = s_0 = g_0^0 z^{-0}$$

où  $z^0$  vaut conventionnellement 1. Après la deuxième impulsion (numérotée  $n = 1$ ) on peut écrire :

12

$$\alpha_1 = c_1 c_0 - \bar{s}_1 s_0 z^{-1} = h_0^1 z^{-0} + h_1^1 z^{-1}$$

$$\beta_1 = s_1 c_0 - c_1 s_0 z^{-1} = g_0^1 z^{-0} + g_1^1 z^{-1}$$

De même après une troisième impulsion (numérotée  $n = 2$ ) on peut  
5 écrire :

$$\alpha_2 = c_2 (c_1 c_0 - \bar{s}_1 s_0 z^{-1}) - \bar{s}_2 z^{-1} (s_1 c_0 - c_1 s_0 z^{-1})$$

soit       $\alpha_2 = h_0^2 z^{-0} + h_1^2 z^{-1} + h_2^2 z^{-2}$

10 et l'on pourrait écrire de même pour  $\beta_2$  :

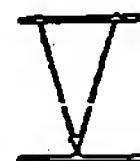
$$\beta_2 = g_0^2 z^{-0} + g_1^2 z^{-1} + g_2^2 z^{-2}$$

15 Ainsi de suite et plus généralement après la n plus unième impulsion,  
numérotée n,  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  s'écrivent :

$$\alpha_n = h_0^n z^{-0} + h_1^n z^{-1} + \dots + h_n^n z^{-n}$$

$$\beta_n = g_0^n z^{-0} + g_1^n z^{-1} + \dots + g_n^n z^{-n}$$

20



Avec cette expression on peut faire deux remarques importantes. Premièrement  $\alpha$  et  $\beta$  représentent, à un changement de variable près, les amplitudes de probabilité de la fonction d'onde transformée par l'opérateur moment cinétique selon l'axe z. On peut 25 d'ailleurs montrer, qu'au même titre que le carré du module de  $\alpha$  additionné au carré du module de  $\beta$  vaut 1, que le carré du module de  $\alpha_n$  additionné au carré du module de  $\beta_n$  vaut 1 également. En effet la probabilité pour que le moment magnétique existe vaut toujours 1. Deuxièmement on remarque que l'expression de  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  30 est une expression polynômiale analytique en z. Or z correspond à la pulsation de résonance en fonction du lieu (à cause du gradient) des protons concernés dans l'espace excité. Donc z est dans l'expression du moment magnétique, le terme représentatif de la fréquence de

résonance. Au même titre que  $c_0$  et  $s_0$  étaient déterminés par l'amplitude du premier dirac d'excitation on peut dire que les coefficients  $h_i^n$  et  $g_i^n$  sont déterminés par la succession des différents diracs, jusqu'au dirac numéro  $n$ . Ces coefficients sont cependant exprimés, eux, indépendamment du lieu des protons concernés c'est à dire indépendamment de la fréquence. Autrement dit la connaissance de tous les  $h_i^n$  et  $g_i^n$  permet de déduire l'allure du moment magnétique à la fin de l'excitation quelle que soit la fréquence de résonance, c'est à dire quelle que soit la place des protons dans la tranche.

Dans l'invention on se préoccupe alors de rechercher de tels coefficients  $h_i^n$  et  $g_i^n$  en imposant des contraintes liés aux valeurs de  $w$ . En quelque sorte on va imposer que les expressions de  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  soient les équations d'un filtre ayant une valeur donnée dans sa bande passante et ayant une autre valeur donnée à l'extérieur.

On peut écrire en reportant la valeur  $\alpha_{n-1}$  et de  $\beta_{n-1}$  en fonction des coefficients  $h_i^{n-1}$  et  $g_i^{n-1}$  de l'expression V dans l'expression IV de  $\alpha_n$  et  $\beta_n$ , eux-mêmes écrits en fonction des coefficients  $h_i^n$  et  $g_i^n$ :

20

$$h_i^n = c_n \cdot h_i^{n-1} - s_n \cdot g_i^{n-1}$$

VII

$$\text{et } g_i^n = s_n \cdot h_i^{n-1} + c_n \cdot g_i^{n-1}$$

25 L'expression IV peut en outre être inversée et devenir :

$$\alpha_{n-1} = c_n \alpha_n + \bar{s}_n \beta_n$$

VIII

$$\beta_{n-1} = z(-s_n \alpha_n + c_n \beta_n)$$

30

A ce stade du calcul mathématique on peut faire les considérations suivantes. Si on s'est donné  $\alpha_n$  et  $\beta_n$ , représentatifs d'un moment magnétique à la fin de l'excitation, on peut connaissant  $c_n$

et  $s_n$  représentatifs du dernier dirac de l'excitation, déduire les valeurs du moment magnétique,  $\alpha_{n-1}$  et  $\beta_{n-1}$ , juste avant l'application de ce dernier dirac. De proche en proche, en déterminant à chaque fois le dirac précédent, on peut remonter l'évolution du moment et déterminer, à l'envers, l'historique de l'excitation depuis son origine jusqu'à sa fin. La question est alors de savoir si on peut choisir  $c_n$  ou  $s_n$  comme on le veut ou au contraire si ces valeurs sont imposées. Que ces valeurs soient imposées revient à dire que le dirac numéro  $n$  est connu en amplitude. En examinant VIII et en se rappelant que  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  sont des polynômes de degré  $n$  en  $z^{-1}$  il vient immédiatement :

$$0 = c_n h_n^n + \bar{s}_n g_n^n$$

15 et  $0 = -s_n h_0^n + c_n g_0^n$

En effet le polynôme de degré  $n-1$  en  $z^{-1}$  représentatif de  $\alpha_{n-1}$  ne peut contenir des termes de degré  $n$  en  $z^{-1}$ . De même le polynôme de degré  $n-1$  en  $z^{-1}$  représentatif de  $\beta_{n-1}$  ne peut comporter des termes en  $z^1$ . Ce couple de conditions revient à poser les équations suivantes :

$$\frac{s_n}{c_n} = \frac{e^{j\phi_n} \sin \theta_n / 2}{\cos \theta_n / 2} = \operatorname{tg} \frac{\theta_n}{2} \cdot e^{j\phi_n} = \frac{h_n^n}{g_n^n} = \frac{g_0^n}{h_0^n} \quad \text{X}$$

25

Ceci revient à imposer que  $\theta_n$  et  $\phi_n$  soient les deux inconnues d'un système de 4 équations à deux inconnues. En principe on devrait se heurter ici à une impossibilité de résolution.

Mais le fait de dire que la probabilité que le moment magnétique existe vaut 1 revient à écrire que :

$$|\alpha_n|^2 + |\beta_n|^2 = 1$$

VII

ou encore :

$$\alpha_n \bar{\alpha}_n + \beta_n \bar{\beta}_n = 1$$

VII

Cette expression VII peut être développée en remplaçant  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  par leur valeur donnée dans l'expression V. En effectuant ce dernier calcul et en classant les coefficients obtenus selon les puissances de  $z$  auxquelles ils s'appliquent on peut écrire :

$$h_0^n \bar{h}_n^n + g_0^n \bar{g}_n^n = 0 \text{ termes en } z^{-n}$$

$$10 \quad h_0^n \bar{h}_{n-1}^n + h_1^n \bar{h}_n^n + g_0^n \bar{g}_{n-1}^n + g_1^n \bar{g}_n^n = 0 \text{ termes en } z^{-(n-1)}$$

$$\dots \dots = 0$$

$$h_0^n \bar{h}_0^n + h_1^n \bar{h}_1^n + \dots + h_n^n \bar{h}_n^n +$$

15

$$g_0^n \bar{g}_0^n + g_1^n \bar{g}_1^n + \dots + g_n^n \bar{g}_n^n = 1 \text{ terme en } z^0$$

$$\dots \dots = 0$$

$$20 \quad h_0^n \bar{h}_n^n + g_0^n \bar{g}_n^n = 0 \text{ termes en } z^n$$

Ce système d'équations comporte  $n+1$  équations, et non pas  $2n$  équations, à  $2n+2$  inconnues. En effet les équations dont les termes sont en  $z^{-i}$  ou en  $z^i$  sont les mêmes. Par contre il y a bien  $2n+2$  termes en  $h_i^n$  et  $g_i^n$  qui sont inconnus. On remarque que la première et la dernière équations réduisent l'impossibilité de détermination de  $\Theta_n$  et de  $\Phi_n$  telle qu'elle apparaissait précédemment. En effet les deux derniers termes de l'expression IX sont identiques entre eux selon la condition imposée à la probabilité de l'amplitude du moment magnétique. En conséquence les deux équations à deux inconnus  $\Theta_n$  et  $\Phi_n$  sont solubles. Il en résulte que  $\Theta_n$  et  $\Phi_n$  sont fixés par la nature des polynômes en  $h_i^n$  et en  $g_i^n$  qu'on a retenus. On peut

donc calculer  $\alpha_{n-1}$  et  $\beta_{n-1}$  en application de l'expression VIII. D'où on déduit  $\theta_{n-1}$  et  $\phi_{n-1}$ . Ainsi de suite on peut calculer la séquence des diracs qui composent l'excitation.

A ce stade de l'explication on peut résumer la situation en disant qu'on peut choisir deux polynômes de degré  $n$  parmi un ensemble important de polynômes possibles (à cause du système de  $n+1$  équations à  $2n+2$  inconnues). On sait, une fois que de tels polynômes ont été choisis, qu'on est capable de calculer la séquence des excitations sous forme de diracs qui ont conduit, à partir d'un moment magnétique d'orientation donnée, aux polynômes en question. En refaisant alors l'approximation par impulsion dure, mais à l'envers cette fois, on peut donner une valeur pseudo continue ou même continue à l'amplitude de l'excitation. Autrement dit on vient de transformer l'expression physique du phénomène. Sur cette dernière expression on peut effectuer simplement des optimisations. Toutes les optimisations porteront sur un choix, en fonction de critères d'optimisation donnés, des coefficients  $h_i^n$  et  $g_i^n$  dont les valeurs sont conformes aux conditions énoncées dans l'expression VII. Les calculs d'optimisation en outre reviennent à des calculs de filtres fréquentiels. On sait imposer des conditions d'amplitudes et de phases à de tels filtres.

D'un point de vue macroscopique l'effet global de l'excitation radiofréquence combinée au mouvement de précession est de soumettre l'aimantation à une rotation de paramètres angulaires  $\Theta$  ( $w$ ),  $\psi$  ( $w$ ) et  $\phi$  ( $w$ ), où  $\Theta$ ,  $\psi$  et  $\phi$  sont les angles d'Euler définissant cette rotation,  $w$  est la pulsation de résonance considérée. Chacun des trois angles  $\Theta$ ,  $\psi$  et  $\phi$  est fonction, comme  $a$  et  $b$ , de l'historique de l'excitation  $w_1(t)$  et peut être trouvé, pour chaque  $w$ , par intégration sur le temps des équations de Bloch. Il existe une correspondance directe entre les angles d'Euler de cette rotation et les amplitudes de probabilité,  $a$  et  $b$ , solutions de l'équation de Schrödinger (Albert Messiah, "Mecanique quantique", Tome II, pages 918, 919 et 922). Ces correspondances s'écrivent :

$$a = \mathcal{E} \exp(j\phi/2) \cos(\theta/2) \exp(j\psi/2)$$

$$b = \mathcal{E} \exp(-j\phi/2) \sin(\theta) \exp(j\psi/2)$$

5

$$\text{avec } \mathcal{E} = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$$

On peut inverser ces relations et obtenir :

10

soit

$$\cos \theta = (\bar{aa} - \bar{bb}) = (\bar{\alpha\alpha} - \bar{\beta\beta})$$

et

15

$$\psi = \text{Arg}(a.b) = \text{Arg}(z^n \cdot \alpha \cdot \beta)$$

$$\phi = -\text{Arg}(\bar{a}, b) = -\text{Arg}(\bar{\alpha}, \beta)$$

20

On peut chercher à résoudre le problème consistant à approximer, sur tout un domaine de w, un angle de nutation donné  $\theta(w)$  sans s'intéresser aux angles  $\psi$  et  $\phi$ .

25

On sait que si l'excitation est un train de n impulsions de Dirac alors les  $\alpha$  et  $\beta$  résultants sont des polynômes d'ordre n en  $z^{-1}$ . Il est facile de voir alors, compte tenu du fait que  $|z| = 1$  et donc que le conjugué de  $z$  est égal à  $z^{-1}$ , que  $\bar{\beta\beta}$  et  $\bar{\alpha\alpha}$  sont des "polynômes" de "degré"  $2n$  (puissance de  $z$  de  $-n$  à  $+n$ ). Ces polynômes ont par ailleurs la particularité d'être symétriques et de pouvoir s'écrire :

30

$$\beta\bar{\beta} = \rho_0 + \sum_{i=1}^n (\rho_i z^{-i} + \bar{\rho}_i z^i) = \rho(z)$$

où

$$\rho_i = \sum_{k=0}^{n-i} \bar{g}_k^n \cdot g_{k+i}^n$$

Trouver les coefficients  $\rho_i$  qui approximent au mieux une réponse en fréquence  $(\cos \theta(w) - 1)/2$  donnée est un problème

classique de filtrage. Voir par exemple A.V. Oppenheim, R.W. Schaefer, Digital Signal Processing, Chapitre 5. On utilisera de façon préférée l'algorithme dit d'échange de Remez exposé dans cette référence et publié dans les IEEE Transactions on Circuit Theory, CT - 19, 189 - 194, Mars 1972 par MM T.W. Parks et J.H. McClellan sous le titre "Chebyshev approximation for non recursive digital filters with linear phase". En plus de son caractère d'optimalité cet algorithme présente l'avantage de pouvoir rendre compte facilement de la contrainte :

10

$$0 < \beta \bar{\beta} < 1$$

Une fois les  $\rho_i$  déterminés on peut trouver les polynômes  $\rho(z)$ . En effet si  $z_i$  est un zéro de  $\beta$  alors  $\rho(z) = \beta \bar{\beta}$  a comme zéro  $z_i$  et  $1/\bar{z}_i$ . A l'inverse connaissant les  $2n$  zéros de  $\rho(z)$  on construit  $\beta$  en choisissant parmi chacun des  $n$  couples  $(z_i, 1/\bar{z}_i)$  un de ses éléments  $z_i$  ou  $1/\bar{z}_i$ . Il y a donc  $n$  choix binaires possibles et, pour un  $\beta \bar{\beta}$  donné,  $2^n$  solutions possibles pour  $\beta$ . Il en va de même pour  $\alpha$  : pour  $\alpha \bar{\alpha}$  donné il y a  $2^n$  solutions  $\alpha$  possibles. Il y a donc, pour un  $\cos \theta(w)$  approximé au mieux par un  $\rho(z)$ ,  $4^n$  solutions pour les 2 autres angles d'Euler psi et phi.

On peut aussi, par recherche des zéros de  $\rho(z)$  et  $1 - \rho(z)$ , examiner toutes les solutions psi et phi, mais on conçoit que cette opération est longue et fastidieuse. En fait le nombre de solutions possibles n'est pas aussi grand qu'il y paraît de prime abord car l'algorithme de Remez tend à placer le plus de zéros possibles sur le cercle unité  $|z| = 1$ , et dans ce cas  $z_i = 1/\bar{z}_i$ .

En ce qui concerne  $\alpha$  on peut généralement se restreindre à chercher une solution à phase minimum. Cette solution correspond à choisir entre les zéros  $z_i$  et  $1/\bar{z}_i$  celui qui est à l'intérieur du cercle unité. En fait cette solution peut être trouvée sans avoir à chercher les zéros de  $1 - \rho(z)$  grâce à un algorithme simple inventé par MM. R. Boite et H. Leich, publié dans Signal Processing, 1981, pages 101 à 108 par North Holland Publishing Compagny dans un article dont le

titre est : "A NEW PROCEDURE FOR THE DESIGN OF HIGH ORDER MINIMUM PHASE FIR DIGITAL OR CCD FILTERS". D'un point de vue physique la solution à phase minimum pour  $\underline{\alpha}$  se justifie par le fait qu'elle conduit, après inversion des équations de Shrodinger par IX, à l'énergie de l'excitation la plus faible. En effet on sait que parmis toutes les solutions  $\underline{\alpha}$  de  $\underline{\alpha}\bar{\alpha} = 1 - \rho$ , la solution à phase minimum est celle qui a le coefficient d'ordre zéro  $h_0^n$  le plus grand. Or en reprenant les relations VI on trouve que :

$$10 \quad h_0^n = \cos \frac{\theta_{n-1}}{2} \circ \cos \frac{\theta_{n-1}}{2} \dots \cos \frac{\theta_0}{2}$$

Si l'on prend le logarithme de cette valeur, et si on considère que les contributions apportées par chacun des  $w_i$  à la nutation totale du moment magnétique sont faibles, on peut écrire, après avoir effectué un développement limité de cosinus  $\Theta_i$  :

$$\text{Log } h_0^n = - \frac{1}{8} \sum_0^n (\theta_i)^2$$

Comme on a vu que  $h_0^n$  était le plus grand on en déduit que la somme des carrés des  $\theta_i$  est la plus faible. Il en résulte que les impulsions, dont la succession provoque une somme des deux angles d'Euler psi + phi minimum, sont justement celles qui correspondent à l'énergie minimale d'excitation pour un angle de nutation  $\theta$  donné. Ce résultat n'était pas connu précédemment .

Une approche plus restrictive de la définition des polynômes  $\underline{\alpha}$  et  $\underline{\beta}$  consiste à imposer dès le départ des contraintes sur les phases  $\arg(a)$  ou  $\arg(b)$ . En particulier on peut imaginer que  $\arg(b) = 0$ . Ceci est équivalent à imposer que les coefficients du polynôme  $\underline{\beta}$  soient symétriques, c'est à dire que

$$30 \quad g_{n-i}^n = g_i^n$$

Le polynôme  $\underline{\beta}$  peut alors être trouvé par optimisation de l'angle de nutation  $\theta(w)$  grâce à l'algorithme de Remez. On en déduit alors  $\underline{\beta}\bar{\underline{\beta}}$

et  $\alpha$ . On choisit alors  $\alpha$  à phase minimum. La figure 2 montre l'allure d'une impulsion à  $180^\circ$  trouvée en respectant ces conditions. Cette figure est associée à un premier tableau, TAB 1, de valeurs de l'amplitude de l'excitation en fonction d'un certain nombre de périodes (les périodes sont données en temps réduit et les amplitudes en radian s). Parce que la forme de cette excitation est symétrique dans le temps, seules les  $1 + n/2$  premières périodes sont tabulées. Dans l'exemple il y en a 59. Pour des raisons technologiques cette impulsion peut conduire à des puissances crêtes, au centre, trop fortes pour les générateurs 3 utilisés. On peut alors modifier son allure en prenant une des autres solutions de  $\alpha$ . On aboutit alors à une impulsion dont l'enveloppe est celle représentée sur la figure 3, et qui correspond, dans les mêmes conditions, à un deuxième tableau de valeurs : TAB 2. A l'expérience il apparaît que le respect à 3 ou 5 % près des valeurs indiquées dans ces tableaux n'est pas préjudiciable au résultat des expérimentations de RMN qui les utilisent.

TAB 1

-5.90491088820821E-002  
 -8.96631980134976E-003  
 -9.23166598598407E-003  
 -9.19677463040708E-003  
 -8.83432825998123E-003  
 -8.12591456552324E-003  
 -7.05961652094723E-003  
 -5.63477557258307E-003  
 -7.86253911015924E-003  
 -1.7e486403138458E-003  
 6.25476838024989E-004  
 7.26440690345683E-003  
 6.09583076591332E-003  
 9.05216904390593E-003  
 1.20555142561780E-002  
 1.30196768191874E-002  
 1.78517413596757E-002  
 2.04537546376239E-002  
 2.27246168285321E-002  
 2.45630146956734E-002  
 2.58710287153642E-002  
 2.65578861205690E-002  
 2.65431355656157E-002  
 2.57591139192740E-002  
 2.41545403155147E-002  
 2.16956917805766E-002  
 1.83713380832749E-002  
 1.41945062109303E-002  
 9.20457660885527E-003  
 3.4676556064B096E-003  
 -2.92329100733593E-003  
 -9.84733908635224E-003  
 -1.71530173784658E-002  
 -2.46571535816664E-002  
 -3.21442219464214E-002  
 -3.93693814016602E-002  
 -4.60621260029187E-002  
 -3.19305174898276E-002  
 -5.66364696748610E-002  
 -5.98922283225749E-002  
 -6.13121319539390E-002  
 -6.05981140778231E-002  
 -5.74494739112295E-002  
 -5.15620362699079E-002  
 -4.2662999764663E-002  
 -3.05053681138646E-002  
 -1.48618108573401E-002  
 4.48331838517662E-003  
 2.77314167977565E-002  
 3.50461462341715E-002  
 8.64972905264657E-002  
 1.21951561422393E-001  
 1.60097063098579E-001  
 2.02203063971342E-001  
 2.43859077421071E-001  
 2.8282393922131E-001  
 3.15186979218870E-001  
 3.36828780839445E-001  
 3.44519101220846E-001

TAB 2

-6.43620153219991E-002  
 -2.22906739796626E-002  
 -2.49869020943108E-002  
 -2.68990157438880E-002  
 -2.77707368058623E-002  
 -2.73594711916511E-002  
 -2.54479434557955E-002  
 -2.18635472488279E-002  
 -1.64935463610009E-002  
 -9.29751166465141E-003  
 -3.19132207764246E-004  
 1.03029077408931E-002  
 2.23249500506281E-002  
 3.53908627237378E-002  
 4.90274190615515E-002  
 6.26451148417868E-002  
 7.55466371967290E-002  
 8.69479228131243E-002  
 9.60155221415116E-002  
 1.01921802249669E-001  
 1.03913138439167E-001  
 1.01380187889778E-001  
 9.39155521524178E-002  
 8.13463565002227E-002  
 6.37390221677407E-002  
 4.13790603273035E-002  
 1.47486548149161E-002  
 -1.54839234400107E-002  
 -4.84424410168841E-002  
 -6.29852331684852E-002  
 -1.17625795521197E-001  
 -1.30471465648678E-001  
 -1.79244867442907E-001  
 -2.01459013842493E-001  
 -2.14769285613060E-001  
 -2.17434784481117E-001  
 -2.08716918900358E-001  
 -1.89030077066345E-001  
 -1.39738970570616E-001  
 -1.22647407686439E-001  
 -8.04057612979931E-002  
 -3.43898608033687E-002  
 1.34844833846245E-002  
 6.16742852314041E-002  
 1.08582606007642E-001  
 1.52372560401071E-001  
 1.90896870985005E-001  
 2.21841112220419E-001  
 2.43114767833960E-001  
 2.53390364178345E-001  
 2.52576807632722E-001  
 2.41983570764297E-001  
 2.24083705311999E-001  
 2.01994161175123E-001  
 1.7905167599749E-001  
 1.57651976499981E-001  
 1.40485395387081E-001  
 1.29003722671106E-001  
 1.24164376232861E-001

REVENDICATIONS

1 - Procédé d'excitation radiofréquence dans une expérimentation de RMN, excitation en réponse à laquelle les basculements de moments magnétiques de particules soumises à l'expérimentation sont définis en amplitude et en phase pour un ensemble de fréquences de résonance donné, caractérisé en ce que :

5 - on écrit l'équation de Schrödinger relative à l'amplitude de probabilité de la fonction d'onde de spins résonnant à une fréquence de résonance donnée et dont l'hamiltonien dépend de la fréquence et de l'excitation radiofréquence qu'ils subissent,

10 - on intègre cette équation par rapport au temps,

- on en déduit les expressions analytiques polynômiales des amplitudes de probabilité à la fin de l'excitation en fonction de la fréquence de résonance, ces expressions polynômiales étant de degré égal à un nombre de périodes élémentaires dont la somme des durées est égale à la durée de l'excitation, et ces expressions étant paramétrées par des coefficients représentatifs de l'historique de l'excitation pendant ces périodes,

15 - on optimise ces coefficients à l'aide de l'algorithme de calcul de façon à ce que les polynômes s'approchent au mieux d'une forme désirée,

20 - on déduit les caractéristiques pendant chaque période de l'excitation qui conduit à cette réponse définie.

- et on excite les particules avec une telle excitation.

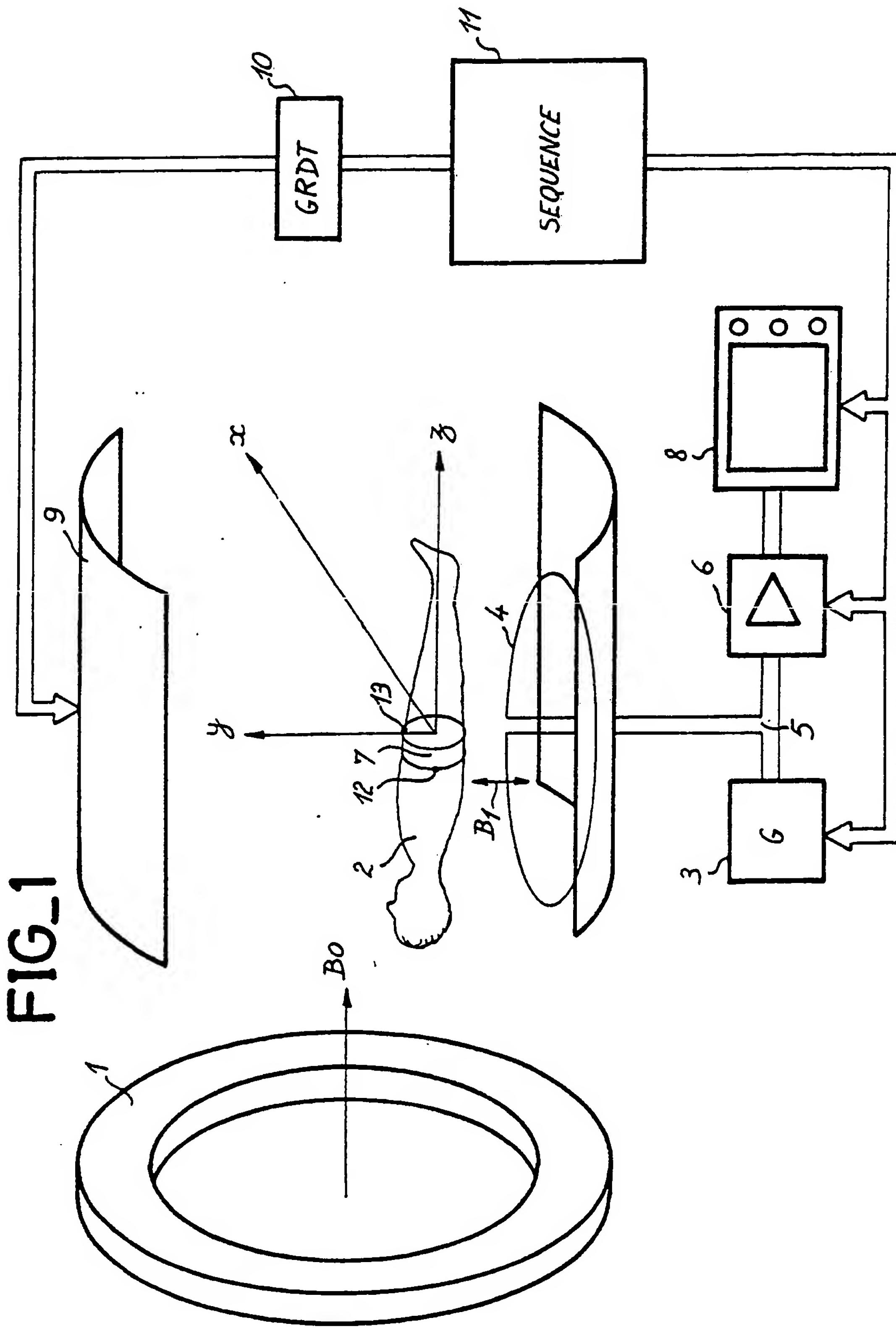
25 2 - Procédé selon la revendication 1, caractérisé en ce que pour intégrer on effectue une approximation par impulsions dures.

3 - Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 ou 2, caractérisé en ce que pour optimiser on recherche les expressions polynômiales à déphasage minimal qui correspondent à une excitation la moins puissante possible.

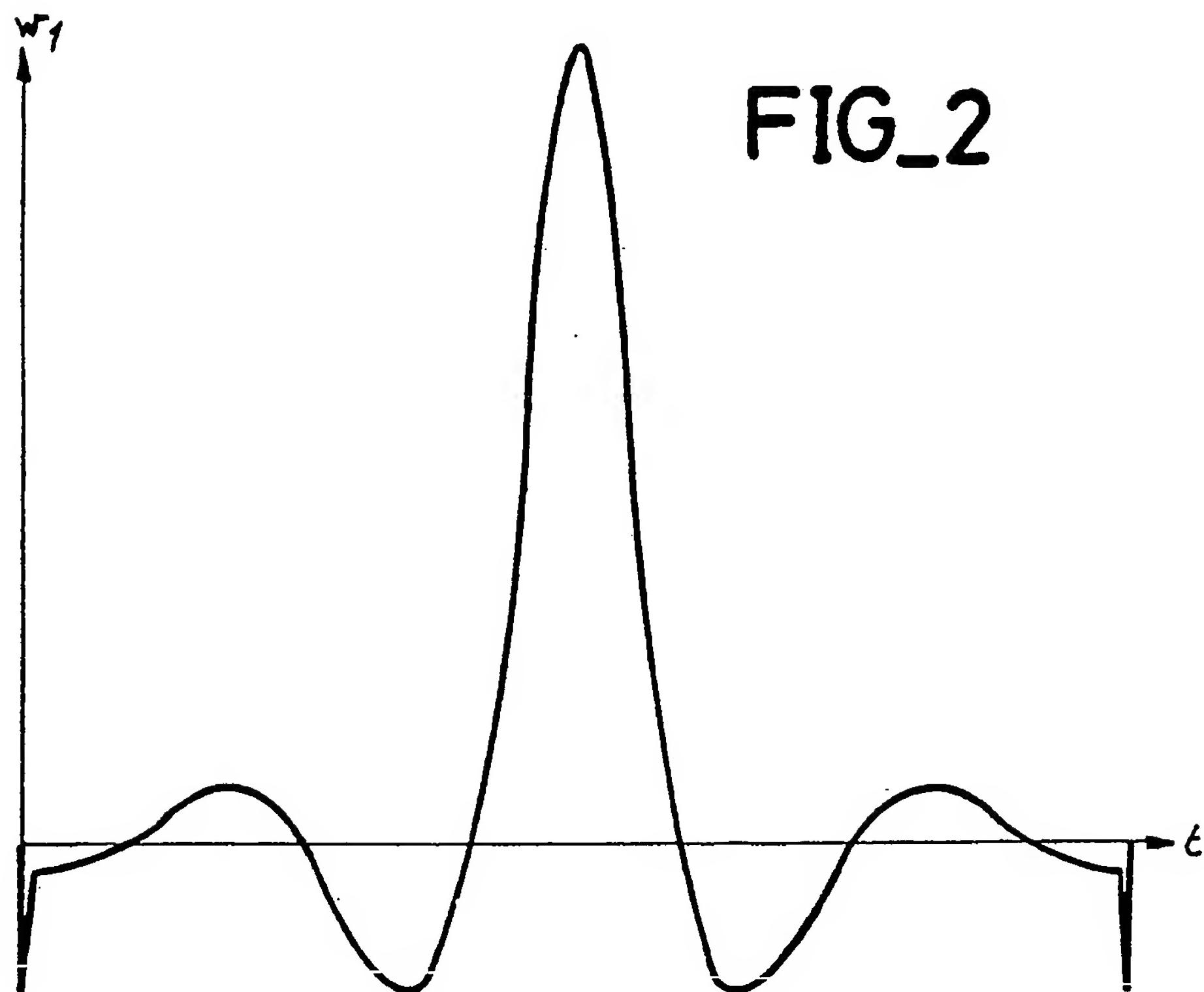
30 4 - Procédé selon la revendication 3, caractérisé en ce que pour exciter on exerce avec une excitation dont l'allure est celle de la figure 2 représentative du tableau 1.

5 - Procédé selon la revendication 3 caractérisé en ce que pour exciter on excite avec une excitation dont l'allure est celle de la figure 3 représentative du tableau 2.

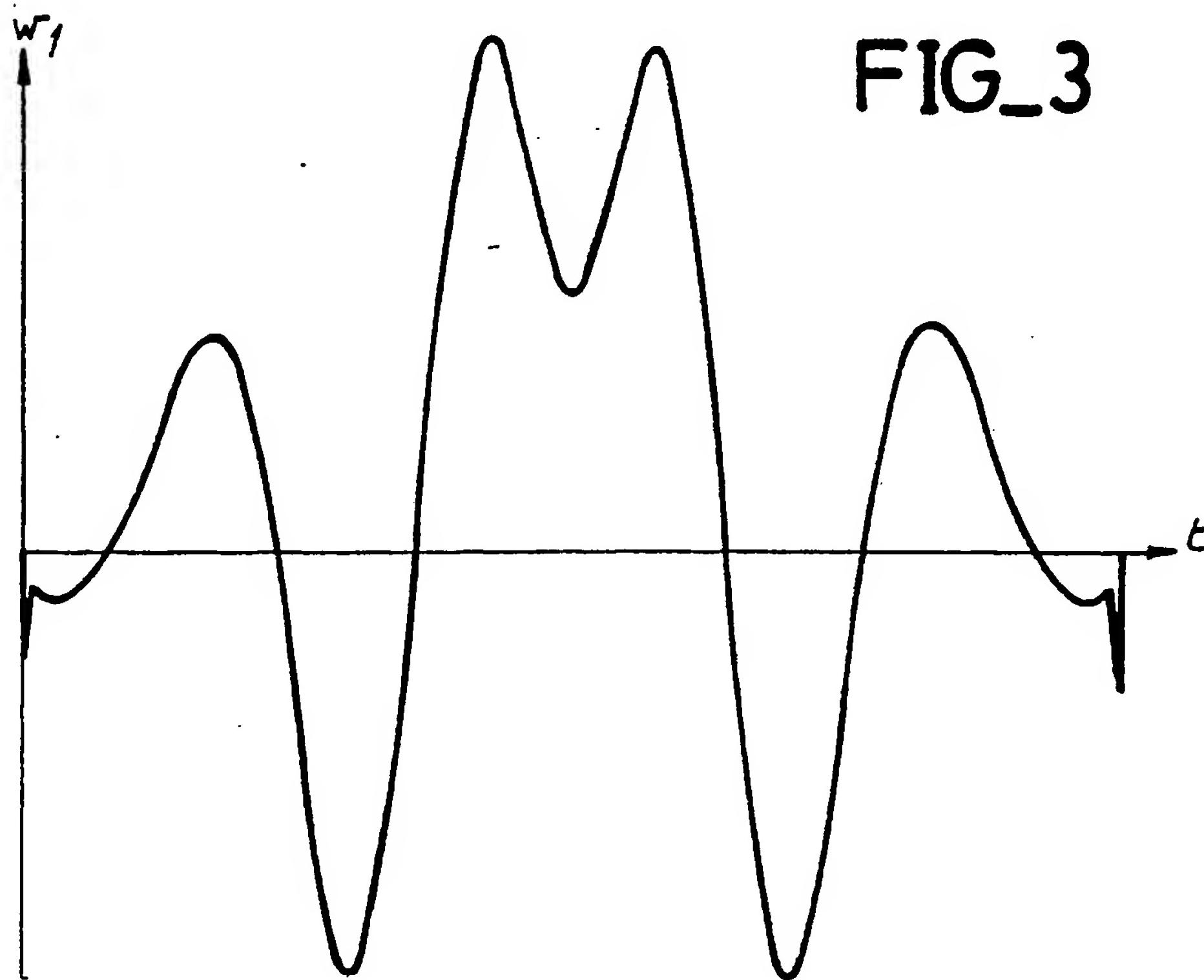
112



2/2



FIG\_2



FIG\_3

# INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No PCT/FR 87/00260

## I. CLASSIFICATION F SUBJECT MATTER (If several classification symbols apply, indicate all) \*

According to International Patent Classification (IPC) or to both National Classification and IPC

Int.Cl.<sup>4</sup>; G 01 N 24/08

## II. FIELDS SEARCHED

Minimum Documentation Searched ?

Classification System	Classification Symbols
Int.Cl. <sup>4</sup> :	G 01 N 24/00

Documentation Searched other than Minimum Documentation  
to the Extent that such Documents are Included in the Fields Searched \*

## III. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT \*

Category *	Citation of Document, <sup>11</sup> with indication, where appropriate, of the relevant passages <sup>12</sup>	Relevant to Claim No. <sup>13</sup>
A	Journal of Magnetic Resonance, volume 61, 1985, Academic Press, Inc., (New York, US), B. Blümich et al.: "Quaternions as a practical tool for the evaluation of composite rotations", pages 356-362, see pages 356-357 --	1
A	Journal of Magnetic Resonance, volume 63, 1985, Academic Press, Inc., (New York, US), C. Counsell et al.: "Analytical theory of composite pulses", pages 133-141, see pages 133-135 --	1
A	Physical Review B, volume 25, No: 11, 1 June 1982, (New York, US), M.M. Maricq: "Application of average Hamiltonian theory to the NMR of solids", pages 6622-6632 see chapter II. "Magnus expansion"	1
A	Journal of Magnetic Resonance, volume 67, No: 1, March 1986, Academic Press, Inc., (New York, US), R. Brandes et al.: "Generation of tailored radiofrequency pulses by a simple audio-	.1.

- \* Special categories of cited documents:<sup>10</sup>
- "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- "E" earlier document but published on or after the international filing date
- "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.

"G" document member of the same patent family

## IV. CERTIFICATION

Date of the Actual Completion of the International Search

2 October 1987 (02.10.87)

Date of Mailing of this International Search Report

27 October 1987 (27.10.87)

International Searching Authority

European Patent Office

Signature of Authorized Officer

III. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT (CONTINUED FROM THE SECOND SHEET)

Category*	Citation of Document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to Claim No
	frequency filter method. II Analysis", pages 14-27 see chapters "Theory" and "Appendix".	1

# RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Demande internationale N° PCT/FR 87/00260

## I. CLASSEMENT DE L'INVENTION (si plusieurs symboles de classification sont applicables, les indiquer tous) <sup>7</sup>

Selon la classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois selon la classification nationale et la CIB

CIB<sup>4</sup>: G 01 N 24/08

## II. DOMAINES SUR LESQUELS LA RECHERCHE A PORTÉ

Documentation minimale consultée <sup>8</sup>

Système de classification	Symboles de classification
CIB <sup>4</sup>	G 01 N 24/00

Documentation consultée autre que la documentation minimale dans la mesure où de tels documents font partie des domaines sur lesquels la recherche a porté <sup>9</sup>

## III. DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS <sup>10</sup>

Catégorie <sup>11</sup>	Identification des documents cités, <sup>11</sup> avec indication, si nécessaire, des passages pertinents <sup>12</sup>	N° des revendications visées <sup>13</sup>
A	Journal of Magnetic Resonance, volume 61, 1985, Academic Press, Inc., (New York, US), B. Blümich et al.: "Quaternions as a practical tool for the evaluation of composite rotations", pages 356-362 voir pages 356-357 --	1
A	Journal of Magnetic Resonance, volume 63, 1985, Academic Press, Inc., (New York, US), C. Counsell et al.: "Analytical theory of composite pulses", pages 133-141 voir pages 133-135 --	1
A	Physical Review B, volume 25, no. 11, 1er juin 1982, (New York, US), M.M. MARICQ: "Application of average Hamiltonian theory to the NMR of solids", pages 6622-6632 voir chapitre II. "Magnus expansion" -- ./.	1

\* Catégories spéciales de documents cités: <sup>11</sup>

- « A » document définissant l'état général de la technique, non considéré comme particulièrement pertinent
- « E » document antérieur, mais publié à la date du dépôt international ou après cette date
- « L » document pouvant jeter un doute sur une revendication de priorité ou cité pour déterminer la date de publication d'une autre citation ou pour une raison spéciale (telles qu'indiquées)
- « O » document se référant à une divulgation orale, à un usage, à une exposition ou tous autres moyens
- « P » document publié avant la date de dépôt international, mais postérieurement à la date de priorité revendiquée

« T » document ultérieur publié postérieurement à la date du dépôt international ou à la date de priorité et n'appartenant pas à l'état de la technique pertinent, mais cité pour comprendre le principe ou la théorie constituant la base de l'invention

« X » document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme nouvelle ou comme impliquant une activité inventrice

« Y » document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme impliquant une activité inventrice lorsque le document est associé à un ou plusieurs autres documents de même nature, cette combinaison étant évidente pour uno personne du métier.

« & » document qui fait partie de la même famille de brevets

## IV. CERTIFICATI N

Date à laquelle la recherche internationale a été effectivement achevée

2 octobre 1987

Date d'expédition du présent rapport de recherche internationale

27 OCT 1987

Administration chargée de la recherche internationale

OFFICE EUROPEEN DES BREVETS

Signature du fonctionnaire autorisé

M. VAN MOL

III. DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS		(SUITE DES RENSEIGNEMENTS INDICUÉS SUR LA DEUXIÈME FEUILLE)
Catégorie *	Identification des documents cités, avec indication, si nécessaire, des passages pertinents	N° des revendications visées
A	Journal of Magnetic Resonance, volume 67, no. 1, mars 1986, Academic Press, Inc. (New York, US), R. Brandes et al.: "Generation of tailored radiofrequency pulses by a simple audiofrequency filter method. II. Analysis", pages 14-27 voir chapitres "Theory" et "Appendix"	1
-----		